

解答・解説

関数 $y=ax^2$ ・ 相似

1 基本の計算

各3点／12点

(1) $\sqrt{2}$

根号の中から、2乗になっている数を取り出します。

$$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}, \quad \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} - 2\sqrt{8} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

(2) $(x + 4)(x - 3)$

積が -12 、和が1になる2つの数は、4と -3 です。

$$x^2 + x - 12 = (x + 4)(x - 3)$$

(3) $x = 2, 3$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow (x - 2)(x - 3) = 0$$

積が0なので、少なくとも一方の因数が0です。よって $x = 2, 3$ です。

(4) $x = -2, 4$

$$x - 1 = \pm 3 \rightarrow x = 1 \pm 3$$

2乗して9になる数は3と -3 の両方です。解を1つ落とさないようにします。

解答・解説

関数 $y=ax^2$ ・ 相似

2 関数 $y=ax^2$ の基本

各4点／16点

$$(1) \quad y = -\frac{1}{2}x^2$$

$y = ax^2$ に $x = -4$ 、 $y = -8$ を代入すると、 $-8 = 16a$ 。

$a = -1/2$ なので、 $y = -(1/2)x^2$ です。

$$(2) \quad -2$$

$x = 1$ のとき $y = -1/2$ 、 $x = 3$ のとき $y = -9/2$ です。

$$\frac{-9/2 - (-1/2)}{3 - 1} = \frac{-4}{2} = -2$$

変化の割合は「 y の増加量 $\div$ x の増加量」。係数 a とは区別します。

$$(3) \quad -\frac{9}{2} \leq y \leq 0$$

x の変域に0が含まれるので、 $x = 0$ のとき y の最大値は0です。

この範囲で x^2 が最大になるのは $x = 3$ のとき。 y の最小値は $-9/2$ です。

両端の値だけでなく、 $x = 0$ が範囲に含まれるかも確認しましょう。

$$(4) \quad x = -6, 6$$

$-18 = -(1/2)x^2$ の両辺に -2 をかけると、 $x^2 = 36$ 。

2乗して36になる数は -6 と6なので、 $x = -6, 6$ です。

解答・解説

関数 $y=ax^2$ ・ 相似

3 二次方程式の利用

各4点／12点

$$(1) x(x + 3) = 54$$

縦の長さが x m なら、横の長さは $(x + 3)$ m です。

「縦 $\times$ 横 = 面積」を使って、 $x(x + 3) = 54$ と表します。

$$(2) x = 6, -9$$

$$x^2 + 3x - 54 = 0$$

$$(x + 9)(x - 6) = 0$$

したがって、 $x = -9$ または $x = 6$ です。

$$(3) \text{縦}6\text{m、横}9\text{m}$$

x は長さを表すので、 $x > 0$ でなければなりません。

そのため、 $x = -9$ は問題の条件に合わず、使えません。

縦の長さは 6m、横の長さは $6 + 3 = 9$ m です。

確かめ： $6 \times 9 = 54$ 、 $9 - 6 = 3$ 。面積と長さの差の両方を満たします。

方程式の解を求めた後は、場面の条件に合うかまで確認しましょう。

解答・解説

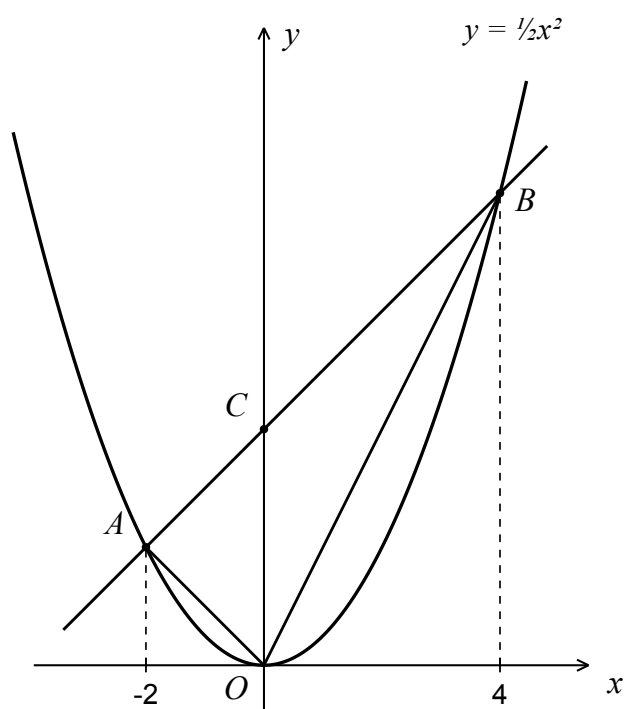
関数 $y = ax^2$ ・ 相似

4 放物線と直線 (1) ～ (3)

2点・4点・4点

(1) A (-2, 2) 、 B (4, 8)

$y = (1/2)x^2$ に代入すると、 $x = -2$ のとき $y = 2$ 、 $x = 4$ のとき $y = 8$ です。



(2) $y = x + 4$

直線ABの傾きは、

$$\frac{8-2}{4-(-2)} = 1$$

$y = x + b$ に、

A (-2, 2) を代入すると、

$$2 = -2 + b。$$

よって、 $b = 4$ です。

(3) 12

(2) よりC (0, 4) なので、 $OC = 4$ です。 $\triangle OAB$ を線分OCで2つに分けます。

底辺をOCとすると、Aからy軸までの距離は2、Bからy軸までの距離は4です。

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4 + 8 = 12$$

座標の単位が指定されていないので、答えに cm^2 などは付けません。

解答・解説

関数 $y=ax^2$ ・ 相似

4 放物線と直線 (4)

6点

(4) P (0, 8)

Pを (0, p) とします。

Pは y 軸の正の部分にあるので、

$p > 0$ です。

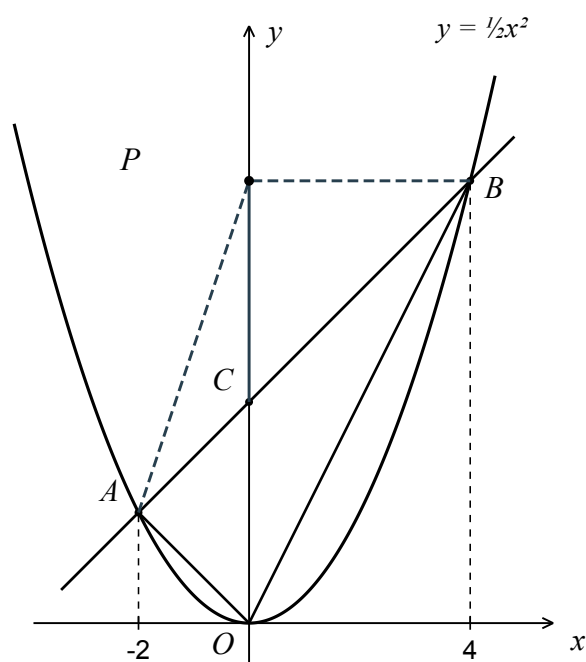
Cは線分AB上にあるので、

$\triangle PAB$ は $\triangle PAC$ と $\triangle PCB$ に

分けられます。

共通の底辺をPCとすると、

高さはそれぞれ2と4です。



$\triangle PAB$ の面積は、次のように表せます。

$$\frac{1}{2} \times PC \times 2 + \frac{1}{2} \times PC \times 4 = 3PC$$

面積が12なので、 $3PC = 12$ より $PC = 4$ です。

Cの y 座標は4なので、Cから上下に4離れた点の y 座標は8と0です。

このうち、y 軸の正の部分にあるのは8の方だけです。

したがって、P (0, 8) です。

図の破線は解説用です。面積が等しくなる理由から、点の位置を決めます。

解答・解説

関数 $y=ax^2$ ・ 相似

5 三角形の相似

6点・3点・3点

(1) 証明例

$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ において、

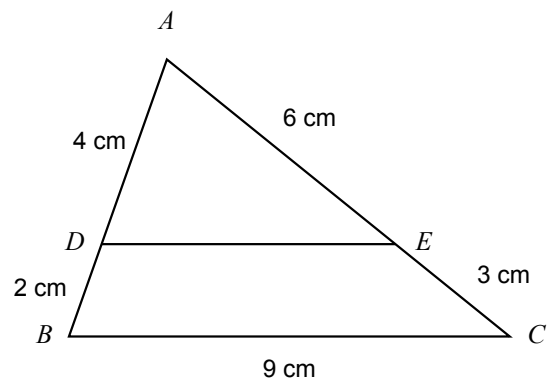
$$AB = 4 + 2 = 6\text{cm},$$

$$AC = 6 + 3 = 9\text{cm} \text{です。}$$

$$AD : AB = 4 : 6 = 2 : 3$$

$$AE : AC = 6 : 9 = 2 : 3$$

よって、 $AD : AB = AE : AC$ 。



Dは辺AB上、Eは辺AC上にあるので、 $\angle DAE = \angle BAC$ です。

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 。

図が平行に見えるだけでは、 $DE \parallel BC$ を証明の根拠にはできません。

(2) 6cm

相似比が $2 : 3$ なので、 $DE : BC = 2 : 3$ です。

$$DE = 9 \times \frac{2}{3} = 6$$

(3) 4 : 5

$\triangle ADE : \triangle ABC = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$ 。四角形DBCEは残りの部分なので、

$$\triangle ADE : \text{四角形DBCE} = 4 : (9 - 4) = 4 : 5 \text{です。}$$

解答・解説

関数 $y=ax^2$ ・ 相似

6 平行線と相似の証明

6点・3点・3点

(1) 証明例

$\triangle AOB$ と $\triangle COD$ において、

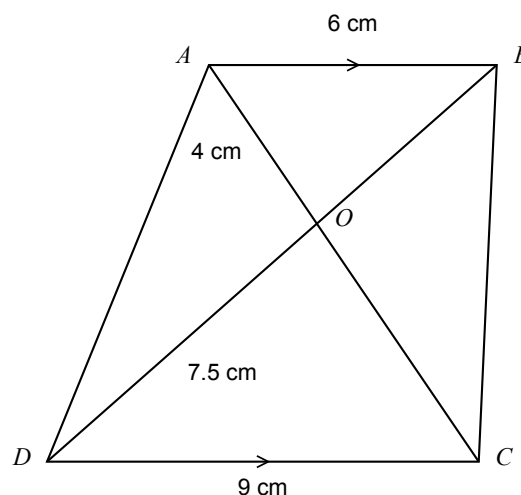
対頂角は等しいので、

$$\angle AOB = \angle COD。$$

また、 $AB \parallel CD$ より、

錯角が等しいので、

$$\angle ABO = \angle CDO。$$



2組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle AOB \sim \triangle COD$ 。

もう1組の錯角 $\angle BAO = \angle DCO$ を使った証明でも正解です。

(2) 6cm

$AO : CO = AB : CD = 6 : 9 = 2 : 3$ なので、

$$OC = 4 \times \frac{3}{2} = 6$$

(3) 5cm

$$BO : DO = 2 : 3 \rightarrow BO = 7.5 \times \frac{2}{3} = 5$$

対応する頂点はAとC、OとO、BとDです。対応をそろえて比を立てます。

解答・解説

関数 $y=ax^2$ ・ 相似

7 相似比・面積比・体積比

各4点／12点

(1) 50cm^2

相似比が3：5なので、面積比は $3^2 : 5^2 = 9 : 25$ です。

$$18 \times \frac{25}{9} = 50$$

(2) 250cm^3

体積比は、相似比を3乗した比です。 $3^3 : 5^3 = 27 : 125$ なので、

$$54 \times \frac{125}{27} = 250$$

長さはそのままの比、面積は2乗の比、体積は3乗の比を使います。

(3) 6m

棒と木は地面に垂直で、太陽光は平行なので、棒とその影でできる直角三角形と、木とその影でできる直角三角形は相似です。

木の高さを h m とすると、 $1.5 : 2 = h : 8$ です。

$$h = 1.5 \times \frac{8}{2} = 6$$

影が4倍なので、高さも4倍になります。

解答・解説

関数 $y=ax^2$ ・ 相似

8 関数の利用

各4点／8点

(1) 18m

$y = ax^2$ に $x = 40$ 、 $y = 8$ を代入すると、 $8 = a \times 40^2$ です。

$$a = \frac{8}{1600} = \frac{1}{200} \rightarrow y = \frac{1}{200} x^2$$

時速60kmのときは、 $x = 60$ を代入します。

$$y = \frac{1}{200} \times 60^2 = 18$$

別解：速さが $60/40 = 3/2$ 倍なので、制動距離は $(3/2)^2 = 9/4$ 倍。
 $8 \times 9/4 = 18\text{m}$ としても求められます。

(2) 時速70km

制動距離が24.5mなので、 $y = 24.5$ を代入します。

$$24.5 = \frac{1}{200} x^2 \rightarrow x^2 = 4900$$

x は速さを表し、正の値なので、 $x = 70$ 。したがって、時速70kmです。

制動距離は速さそのものではなく、速さの2乗に比例するという設定です。

解答・解説

円の性質 | 第8問と入れ替える場合の解答・解説

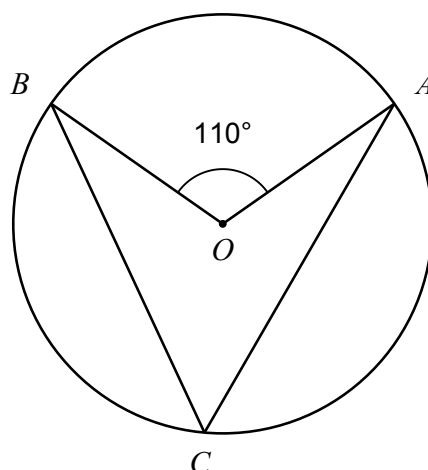
8 差し替え問題：円の性質

各4点／8点

(1) 55°

同じ弧ABに対する円周角は、
中心角の半分です。

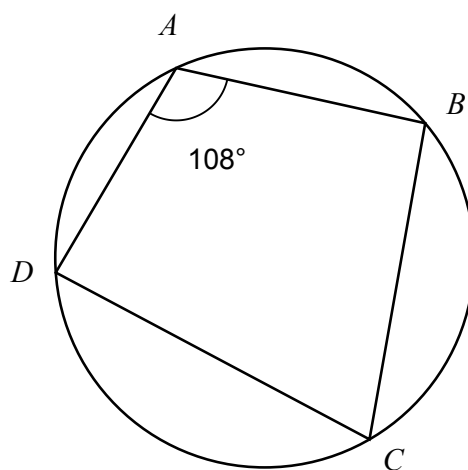
$$\begin{aligned}\angle ACB &= 110^\circ \div 2 \\ &= 55^\circ\end{aligned}$$



(2) 72°

円に内接する四角形の
向かい合う角の和は 180° です。

$$\begin{aligned}\angle BCD &= 180^\circ - 108^\circ \\ &= 72^\circ\end{aligned}$$



2つの角が見込む弧を合わせると円周全体になることから説明できます。

解答・解説

採点基準・使用上の確認 | 100点満点

採 配点と部分点の目安

合計100点

第1問 12点

各3点。(3) (4) は2つの解がそろって3点。正しい解が1つのみなら1点。

第2問 16点

(1) 立式2点、関数の式2点。(2) 増加量による式2点、答え2点。

(3) 最小値・最大値に各2点。(4) 2つの解に各2点。

第3問 12点

(1) 方程式4点。(2) 2つの解に各2点。

(3) 縦・横の長さに各1点、負の解を使えない理由に2点。

第4問 16点

(1) 各座標1点。(2) 傾き2点、式2点。(3) 求め方2点、答え2点。

(4) 面積とPCの関係2点、 $PC=4$ を求める過程2点、条件に合う座標2点。

第5問 12点

(1) 2組の辺の比3点、その間の角1点、相似条件と結論2点。

(2) 3点。(3) 面積比4:9まで1点、求める比4:5にさらに2点。

第6問 12点

(1) 2組の角の等しさと根拠に各2点、相似条件と結論に2点。

(2) (3) 各3点。正しい比例式まで立てた場合は各1点。

第7問 12点

各4点。正しい面積比・体積比・比例式まで示せた場合は各2点。

第8問 8点

各4点。適切な立式・計算過程2点、答え2点。

差し替え：円 8点

各4点。第8問と交換して採点し、追加の8点にはしません。

途中の式・求め方を指定していない設問は、正答のみでも満点です。誤答の場合は、記述された過程に応じて部分点を与えます。証明・理由・求め方を指定した設問は、答えに加え、指定された記述も評価します。

正しい別解・同じ意味の表現も認めます。前問の誤答を用いていても、後の考え方が正しければ過程点を検討し、正答点とは分けて扱います。

想定範囲：関数・相似（面積比・体積比まで）。既習事項の復習を含みます。
円は差し替え用です。学校の実際の試験範囲を優先してください。