

中学3年生 数学

2学期中間テスト予想問題

C | 相似中心編

想定範囲 関数 $y = ax^2$ の復習／相似な図形／平行線と線分の比

配点 100点

目安時間 50分

【注意】答えは、途中の式や考え方が分かるように書きなさい。証明問題では、根拠となる角や比を明確に示しなさい。

第1問 関数 $y = ax^2$ の復習

(1) $x^2 - 16 = 0$ を解きなさい。 [3点]

(2) 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ について、 $x = -6$ のときの y の値を求めなさい。 [3点]

(3) 関数 $y = ax^2$ のグラフが点 $(-3, 27)$ を通るとき、この関数の式を求めなさい。 [4点]

(4) 関数 $y = x^2$ と直線 $y = 4x$ の交点の座標をすべて求めなさい。 [5点]

(5) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上で、 $x = -4$ 、 $x = 4$ に対応する点をそれぞれ P 、 Q とする。原点を O とするとき、三角形 OPQ の面積を求めなさい。 [5点]

第2問 相似な図形の基本

(6) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ と表すとき、頂点 A 、 B 、 C にそれぞれ対応する頂点を答えなさい。 [2点]

(7) 2組の角がそれぞれ等しいとき、2つの三角形が相似であるといえる条件を答えなさい。 [2点]

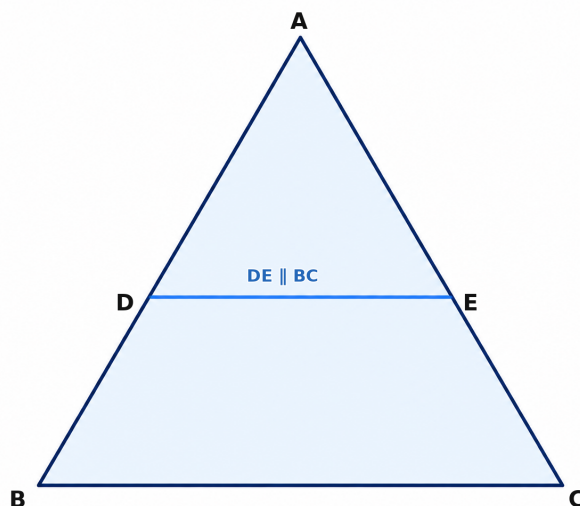
(8) 3辺の長さがそれぞれ 4 cm、6 cm、8 cm の三角形と、6 cm、9 cm、12 cm の三角形は相似ですか。相似である場合は、相似比を小さい三角形：大きい三角形の順で答えなさい。〔3点〕

(9) 相似比が 3：5 である2つの相似な図形がある。小さい図形の周の長さが24 cmのとき、大きい図形の周の長さを求めなさい。〔3点〕

(10) 相似比が 2：3 である2つの相似な図形がある。小さい図形の面積が 32 cm^2 のとき、大きい図形の面積を求めなさい。〔4点〕

(11) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、 $AB = 10\text{ cm}$ 、 $BC = 14\text{ cm}$ 、 $CA = 16\text{ cm}$ 、 $DE = 15\text{ cm}$ である。EF、DF の長さを求めなさい。〔6点〕

第3問 平行線と線分の比



(12) $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に点 D、辺 AC 上に点 E をとり、 $DE \parallel BC$ とする。 $AD = 8\text{ cm}$ 、 $AB = 12\text{ cm}$ 、 $AC = 18\text{ cm}$ のとき、AE の長さを求めなさい。〔3点〕

(13) $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に点 D、辺 AC 上に点 E をとり、 $DE \parallel BC$ とする。 $AD = 6\text{ cm}$ 、 $DB = 4\text{ cm}$ 、 $DE = 9\text{ cm}$ のとき、BC の長さを求めなさい。〔4点〕

(14) $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に点 D 、辺 AC 上に点 E をとり、 $DE \parallel BC$ とする。 $AD = 5 \text{ cm}$ 、 $DB = 3 \text{ cm}$ 、 $AE = 10 \text{ cm}$ 、 $EC = x \text{ cm}$ のとき、 x の値を求めなさい。〔3点〕

(15) $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に点 D 、辺 AC 上に点 E をとり、 $DE \parallel BC$ とする。 $AD = 4 \text{ cm}$ 、 $DB = 6 \text{ cm}$ 、 $EC = 12 \text{ cm}$ 、 $DE = 10 \text{ cm}$ のとき、 AE 、 BC の長さを求めなさい。〔6点〕

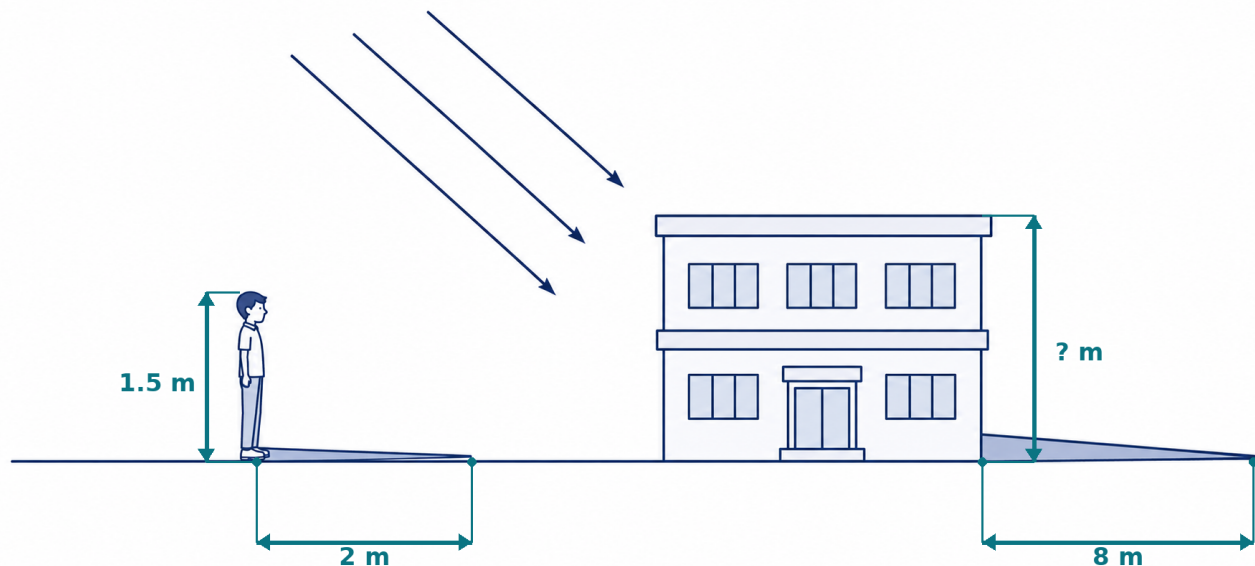
(16) $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に点 D 、辺 AC 上に点 E をとり、 $DE \parallel BC$ とする。 $AD = 4 \text{ cm}$ 、 $AB = 10 \text{ cm}$ 、 $BC = 30 \text{ cm}$ のとき、 DE の長さを求めなさい。〔4点〕

第4問 相似を利用する問題

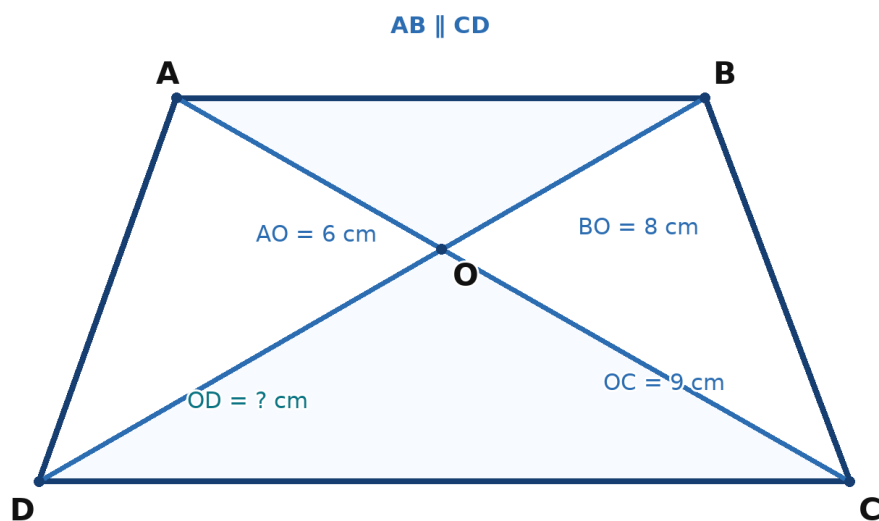
(17) 2本の線分 AC 、 BD が点 O で交わっている。 $AO = 6 \text{ cm}$ 、 $OC = 9 \text{ cm}$ 、 $BO = 8 \text{ cm}$ 、 $OD = 12 \text{ cm}$ 、 $AB = 10 \text{ cm}$ である。 $\triangle AOB$ と $\triangle COD$ は相似である。 CD の長さを求めなさい。〔4点〕

(18) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、 $\angle A = \angle D = 90^\circ$ 、 $AB = 9 \text{ cm}$ 、 $AC = 12 \text{ cm}$ 、 $BC = 15 \text{ cm}$ 、 $DE = 6 \text{ cm}$ である。 EF 、 DF の長さと、 $\triangle DEF$ の周の長さを求めなさい。〔5点〕

(19) 身長 1.5 m の人の影の長さが 2 m であった。同じ時刻に、校舎の影の長さは 8 m であった。校舎の高さを求めなさい。〔4点〕



(20) 台形 ABCD において、 $AB \parallel CD$ とする。対角線 AC、BD の交点を O とし、 $AO = 6 \text{ cm}$ 、 $OC = 9 \text{ cm}$ 、 $BO = 8 \text{ cm}$ とする。OD の長さを求めなさい。 [4点]



(21) $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に点 D、辺 AC 上に点 E をとり、 $DE \parallel BC$ とする。 $AD : AB = 3 : 5$ 、 $\triangle ADE$ の面積が 18 cm^2 のとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。 [5点]

(22) $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に点 D、辺 AC 上に点 E をとり、 $DE \parallel BC$ とする。 $AD : AB = 1 : 3$ 、四角形 DBCE の面積が 64 cm^2 のとき、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ の面積をそれぞれ求めなさい。 [6点]

第5問 説明・発展問題

(23) $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に点 D 、辺 AC 上に点 E をとる。 $\angle ADE = \angle ABC$ 、 $\angle AED = \angle ACB$ であるとき、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ であることを説明しなさい。〔3点〕

(24) $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に点 D 、辺 AC 上に点 E をとる。 $AD = 6\text{ cm}$ 、 $DB = 4\text{ cm}$ 、 $AE = 9\text{ cm}$ 、 $EC = 6\text{ cm}$ のとき、 $DE \parallel BC$ であることを説明しなさい。〔3点〕

(25) $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に点 D 、辺 AC 上に点 E をとり、 $DE \parallel BC$ とする。 $AD = 9\text{ cm}$ 、 $AB = 15\text{ cm}$ 、 $DE = 12\text{ cm}$ 、四角形 $DBCE$ の面積が 96 cm^2 である。 BC の長さ、 $\triangle ADE$ の面積、 $\triangle ABC$ の面積をそれぞれ求めなさい。〔6点〕

解答・配点

答えを確認した後、間違えた問題は考え方まで見直しましょう。

番号	答え	番号	答え
1	$x = \pm 4$	2	-18
3	$y = 3x^2$	4	(0, 0)、(4, 16)
5	32	6	D、E、F
7	2組の角がそれぞれ等しい。	8	相似である。2 : 3
9	40 cm	10	72 cm^2
11	EF = 21 cm、DF = 24 cm	12	12 cm
13	15 cm	14	$x = 6$
15	AE = 8 cm、BC = 25 cm	16	12 cm
17	15 cm	18	EF = 10 cm、DF = 8 cm、24 cm
19	6 m	20	12 cm
21	50 cm^2	22	$\triangle ABC : 72 \text{ cm}^2$ 、 $\triangle ADE : 8 \text{ cm}^2$
23	解答例参照。	24	解答例参照。
25	BC = 20 cm、 $\triangle ADE = 54 \text{ cm}^2$ 、 $\triangle ABC = 150 \text{ cm}^2$		

考え方・記述問題の解答例

第4問(20) $AB \parallel CD$ より、 $\triangle AOB \sim \triangle COD$ 。したがって $AO : OC = BO : OD$ だから、 $6 : 9 = 8 : OD$ 。よって $OD = 12 \text{ cm}$ 。

第4問(21) $AD : AB = 3 : 5$ なので、 $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積比は $3^2 : 5^2 = 9 : 25$ 。よって、 $\triangle ABC$ の面積は $18 \times 25 \div 9 = 50 \text{ cm}^2$ 。

第4問(22) $\triangle ADE : \triangle ABC$ の面積比は $1^2 : 3^2 = 1 : 9$ 。四角形 DBCE は全体の $8/9$ なので、 $\triangle ABC = 64 \times 9 \div 8 = 72 \text{ cm}^2$ 、 $\triangle ADE = 8 \text{ cm}^2$ 。

第5問(23) $\angle ADE = \angle ABC$ 、 $\angle AED = \angle ACB$ より、2組の角がそれぞれ等しい。したがって、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 。

第5問(24) $AD : DB = 6 : 4 = 3 : 2$ 、 $AE : EC = 9 : 6 = 3 : 2$ 。2辺が同じ比に分けられているので、 $DE \parallel BC$ 。

第5問(25) $AD : AB = 9 : 15 = 3 : 5$ より、 $DE : BC = 3 : 5$ 。したがって $BC = 20 \text{ cm}$ 。面積比は $9 : 25$ であり、四角形 DBCE は全体の $16/25$ 。よって $\triangle ABC = 96 \times 25 \div 16 = 150 \text{ cm}^2$ 、 $\triangle ADE = 150 \times 9 \div 25 = 54 \text{ cm}^2$ 。